

### التمرين الأول: (5 نقاط)

اجب بصحيح أو خطأ فيما يلي مع التعليل :

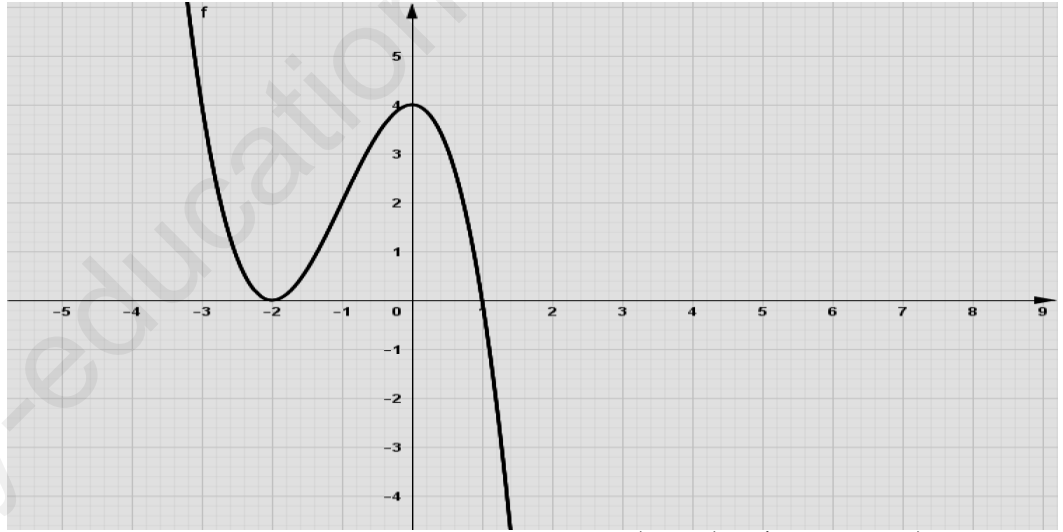
- (1) باقي القسمة الاقليدية للعدد 2022 على 5 هو 2 .
- (2) العددان 2022 و 1443 متوافقان بترديد 5 .
- (3) عدد القواسم الطبيعية للعدد 60 هو 10 .
- (4) حصر العدد 273 بين مضاعفين متتابعين للعدد 41 هو:  $246 \leq 273 < 281$  .
- (5)  $1443^{2022} \equiv 1[2]$  .

### التمرين الثاني: (7 نقاط)

- (1) عيّن بواقي القسمة الاقليدية للعدد  $2^1, 2^2, 2^3, 2^4$  على 5 .
- (2) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن:  $2^{4n} \equiv 1[5]$  .
- (3) استنتج بواقي القسمة للأعداد:  $2^{4n+1}$ ;  $2^{4n+2}$ ;  $2^{4n+3}$  على 5 حيث  $n$  عدد طبيعي .
- (4) عيّن باقي قسمة كل من  $2^{1443}$  و  $2^{2022}$  على 5 .
- (5) بين أن العدد:  $2022^{2024} - 1443^{2022}$  يقبل القسمة على 5 .

### التمرين الثالث (8 نقاط)

المنحنى  $(C_f)$  المرسوم في الشكل الآتي هو لدالة  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$  .



(I) بقراءة بيانية اجب عن الأسئلة الآتية :

- (1) خمن نهايتي الدالة  $f$  عند  $-\infty$  و عند  $+\infty$  .
  - (2) عين اتجاه تغير الدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$  ثم شكل جدول تغيراتها .
  - (3) عين احداثيي نقط تقاطع  $(C_f)$  مع حامل محوري الإحداثيات (مع حامل محور الفواصل ومع محور الترتيب) .
  - (4) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة ذات المجهول  $x$  حيث:  $f(x) = 0$  .
  - (5) حل في  $\mathbb{R}$  المتراجحة ذات المجهول  $x$  حيث:  $f(x) \geq 0$  .
- (II) نفرض أن  $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 4$  .
- (1) احسب  $f'(x)$  ثم ادرس إشارتها .
  - (2) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $f(x) = 4$  ثم فسر النتيجة بيانياً .

الصفحة 2 من 4  
الموضوع الثاني

التمرين الأول :

- (1) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\square$  المعادلة التالية:  $(z + \sqrt{3} - 3i)(z^2 - 6z + 12) = 0$ .
- (2) ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ . نعتبر النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  التي لواحقها على الترتيب  $z_A = 3 + i\sqrt{3}$  ،  $z_B = 3 - i\sqrt{3}$  و  $z_C = -\sqrt{3} + 3i$ .  
(أ) اكتب كل من  $z_C$  و  $z_A$  على الشكل المثلثي ثم استنتج طبيعة المثلث  $OAC$ .
- (ب) احسب قيمة العدد المركب :  $\left(\frac{z_A}{2\sqrt{3}}\right)^{1432} + \left(\frac{z_B}{2\sqrt{3}}\right)^{1432}$ .
- (3) بين أن المستقيمين  $(AD)$  و  $(BC)$  متعامدين حيث النقطة  $D$  هي نظيرة النقطة  $C$  بالنسبة لمحور الفواصل.
- (4) عين نسبة وزاوية التشابه  $S$  الذي مركزه  $E(3 - \sqrt{3}; 0)$  ويحول النقطة  $A$  إلى  $C$ .
- (5) بين أن النقط  $A$  ،  $E$  ،  $O$  و  $C$  تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيينها.

التمرين الثاني :

- نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة بـ :  $u_0 = 3$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $3u_{n+1} = u_n + 4n + 4$ .
- (1) احسب  $u_1$  ،  $u_2$  ،  $u_3$ .
- (2) (أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n > 0$ .  
(ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n \geq 1$  ،  $u_n > \frac{4}{3}n$ .
- (ج) استنتج نهاية المتتالية  $(u_n)$ .
- (3) نعرف المتتالية  $(v_n)$  بـ: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $v_n = u_n - 2n + 1$ .  
(أ) برهن أن المتتالية  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.
- (ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n = 4\left(\frac{1}{3}\right)^n + 2n - 1$ .
- (ج) احسب بدلالة  $n$  . المجموع  $S_n$  المعروف من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$ .  
(يمكن ملاحظة أن  $(u_n)$  هي عبارة عن مجموع متتاليتين إحداهما  $(v_n)$ ).
- (4) نعتبر المتتالية  $(w_n)$  المعرفة بـ :  $w_0 = -1$  و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$  ،  $nw_n = (n+1)w_{n-1} + 3$ .  
(أ) احسب  $w_1$  ،  $w_2$  ،  $w_3$  و  $w_4$ . ما تخمينك حول طبيعة هذه المتتالية ؟

ب) برهن على طبيعة المتتالية  $(w_n)$ . احسب  $w_{1006}$ .

### التمرين الثالث :

ينسب الفضاء إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ .

من بين الأجوبة المقترحة توجد إجابة صحيحة واحدة. اختر الإجابة الصحيحة مع تعليل.

لتكن النقط  $A(3; -2; 2)$  ،  $B(6; 1; 5)$  ،  $C(6; -2; -1)$  و  $D(0; 4; -1)$ .

(1) المثلث  $ABC$  مثلث :

(أ) قائم و متقايس الساقين  
(ب) قائم في  $B$   
(ج) قائم  
(2) المستوي  $(P)$  الذي معادلته  $x + y + z - 3 = 0$

(أ) يعامد المستقيم  $(AB)$  ويمر بالنقطة  $C$ .  
(ب) يعامد المستقيم  $(AB)$  ويمر بالنقطة  $A$ .  
(ج) يوازي  $(AB)$ .  
(3) المعادلة الديكارنية للمستوي  $(P')$  العمودي على المستقيم  $(AC)$  ويمر بالنقطة  $A$  هي:

(أ)  $x + z - 5 = 0$   
(ب)  $x - z + 1 = 0$   
(ج)  $2x - 2z = 2$

### الصفحة 3 من 4

(4) التمثيل الوسيطى للمستقيم  $(\Delta)$  تقاطع  $(P)$  و  $(P')$  هو:

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = t \end{cases} \quad (ج) \quad t \in \mathbb{R} \quad \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = -t \end{cases} \quad (ب) \quad t \in \mathbb{R} \quad \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = t \end{cases} \quad (أ) \quad t \in \mathbb{R}$$

(5) المستقيم  $(AD)$  عمودي على المستوي

(أ)  $(ABC)$ .  
(ب)  $(ABD)$   
(ج)  $(BCD)$

(6) حجم رباعي الوجوه  $ABCD$  هو

(أ)  $54uv$   
(ب)  $81uv$   
(ج)  $27uv$

(7) الزاوية الهندسية  $BDC$  قياسها

(أ)  $\frac{3\pi}{4}$ .  
(ب)  $\frac{\pi}{3}$   
(ج)  $\frac{\pi}{4}$

(8) المسافة بين النقطة  $A$  والمستوي  $(BDC)$  تساوي

(أ) 3.  
(ب)  $\sqrt{6}$   
(ج)  $3\sqrt{3}$

### التمرين الرابع :

I- نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $\mathbb{R}$  بـ :  $g(x) = e^{x-2} + 1 - x$

(1) بين أن  $g$  قابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$  ثم احسب  $g'(x)$ .

(2) عين اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها ( النهايات غير مطلوبة)

(3) استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$ .

II- نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = x - 1 + \frac{x}{e^{x-2}}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في مستو

منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

(ب) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)]$  ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى  $(C_f)$ .

(2) بين أن  $f$  قابلة للاشتقاق على المجال  $\mathbb{R}$  وأن  $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{x-2}}$

(3) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها وأن النقطة التي فاصلتها 2 نقطة انعطاف للمنحنى  $(C_f)$ .

- (4) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(\Delta)$  معامل توجيهه 1، يطلب تعيين معادلته.
- (5) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  على المجال  $]0.1; 0.2[$ .
- (6) ارسم  $(\Delta)$  و  $(C_f)$ .
- (7) أ) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة:  $\frac{x}{e^{x-2}} = m + 1$ ..... (1)
- ب) بين أنه إذا كانت المعادلة (1) تقبل حلين  $\beta$  و  $\gamma$  فإن  $\beta e^\gamma = \gamma e^\beta$ .
- (8) نعتبر الدالة  $h$  المعرفة على المجال  $\mathbb{R}$  بـ:  $h(x) = (x-1)(1+e^{3-x})$  و  $(C_h)$  في المعلم السابق
- أ) بين أن  $h(x) = f(x-1) + 1$  ثم استنتج كيفية إنشاء  $(C_h)$  انطلاقا من  $(C_f)$ .
- ب) ارسم  $(C_h)$ .

---

الصفحة 4 من 4