الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — **مديرية التربية لولاية الشلف** — **ثانوية بلحاج قاسم نورالدين**

بكالوريا تجريبي — **دورة ماي 2015**

الشعبة : رياضيات — **مدة الانجاز : 4 ساعات ونصف**

اختبار في مادة الرياضيات

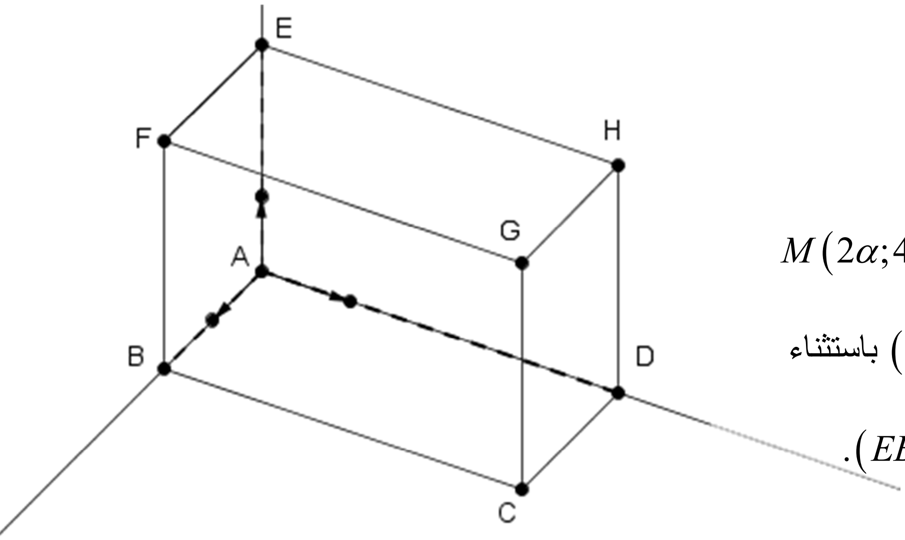
☜ على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

👍 الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر $\left(A,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، $ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات حيث ،

$\overrightarrow{AB}=2\vec{i}, \overrightarrow{AD}=4\vec{j}$ و $\overrightarrow{AE}=3\vec{k}$.



1) أ) تحقق أن : $\overrightarrow{AG}=2\vec{i}+4\vec{j}+3\vec{k}$.

ب) عين إحداثيي الشعاعين $\overrightarrow{EB}$ و $\overrightarrow{EG}$.

ج) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (EBG).

2) ليكن α عدد حقيقي يختلف عن 1 و $M\left(2\alpha;4\alpha;3\alpha\right)$ نقطة من الفضاء .

أ) تحقق أن النقطة M تنتمي الى المستقيم (AG) باستثناء النقطة G .

ب) بين أن النقطة M لا تنتمي الى المستوي (EBG).

3) ليكن V حجم رباعي الوجوه $MEBG$.

أ) عبر عن V بدلالة α.

ب) أحسب حجم رباعي الوجوه $AEBG$.

ج) من أجل أية قيمة للعدد الحقيقي α، يكون V مساويا لحجم متوازي المستطيلات $ABCDEFGH$.

التمرين الثاني: (04.5 نقاط)

1) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $\left(z^2+3\right)\left(z^2-6z+21\right)=0$

2) في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$، نعتبر النقط C,B,A و D لواحقها على الترتيب $z_A=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}, z_B=\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{2}}, z_C=3+2i\sqrt{3}$ و $z_D=\overline{z_C}$

- بين أن النقط C,B,A و D تنتمي الى نفس الدائرة (C)التي مركزها Ω ذات اللاحقة $z_\Omega=3$ يطلب تعيين نصف قطرها .

3) لتكن النقطة E نظيرة النقطة D بالنسبة الى المبدأ O.

أ) بين أن : $\dfrac{z_C-z_B}{z_E-z_B}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ثم استنتج طبيعة المثلث BEC .

ب) بين أنه يوجد دوران R مركزه النقطة B ويحول النقطة E الى النقطة C. يطلب تعيين زاويته .

4) نعتبر التحويل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث ،

$z'+i\sqrt{3}=2e^{-i\frac{\pi}{3}}\left(z+i\sqrt{3}\right)$.

أ) عين طبيعة S وعناصره المميزة .

ب) عين طبيعة (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z و التي تحقق : $z=3+2\sqrt{3}e^{i\theta}$ حيث θ عدد حقيقي .

ج) عين طبيعة (E') صورة (E) بالتحويل S وعناصرها الهندسية .

التمرين الثالث (04.5 نقطة)

لتكن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ متتالية هندسية متزايدة حدودها موجبة معرفة على المجموعة $\mathbb{N}^*$ بـ : $\begin{cases} u_1+2u_2+u_3=100 \\ u_1\times u_3=256 \end{cases}$

1) أحسب u_2 ، u_1 و u_3 ثم عين أساس المتتالية q.

2) عبر عن عبارة الحد العام u_n بدلالة n.

3) أحسب بدلالة n كلا من المجموع : $S_n=u_1+u_2+...+u_n$ و الجداء $P_n=u_1\times u_2\times...\times u_n$

4) أ) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 7^n على 5 .

ب) عين باقي القسمة الاقليدية لـلعدد $2016^{1436}+49^{2n+1}+5n-3$ على 5.

ج) نضع من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $S_n'=\frac{1}{\ln 2}\left[\ln 4+\ln 4^2+...+\ln 4^n\right]$

- أحسب S_n' بدلالة n ثم عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون : $S_n'+4n^2+7^{4n}\equiv 0[5]$

التمرين الرابع :(07 نقاط)

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}^*$ بـ: $g(x)=2x^2+1-\ln|x|$

1) أدرس تغيرات الدالة g.

2) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}^*$.

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=2x-2+\frac{\ln|x|}{x}$

نسمي (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة $2cm$)

1) أحسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف .

2) أحسب $f'(x)$ وشكل جدول تغيرات الدالة f .

3) بين أن المستقيم $(\Delta): y=2x-2$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$ وعند $+\infty$ ثم أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة الى (Δ).

4) احسب $f(-x)+f(x)$. ماذا تستنتج بالنسبة للمنحني (C_f)؟

5) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين أحدهما 1 و الآخر α حيث $-0.4<\alpha<-0.3$.

6) أرسم (Δ) و (C_f).

III. ليكن λ عدد حقيقي حيث $\lambda>1$.

1) أحسب بدلالة λ و بـ cm^2 المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين الذين معادلتيهما $x=\lambda, x=1$.

2) عين قيمة العدد الحقيقي λ بحيث يكون : $A(\lambda)=2cm^2$.

☝ الموضوع الثاني

التمرين الاول : (04.5 نقاط)

في الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، نعتبر النقط $A(3;1;0)$, $B(1;2;0)$, $C(3;2;1)$ و $D(0;0;m)$ حيث m عدد حقيقي موجب .

1) أ) أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$ ثم استنتج القيمتين المضبوطتين لكل من $\cos\widehat{ABC}$ و $\sin\widehat{ABC}$.

ب) أحسب مساحة المثلث ABC .

2) بين أن الشعاع $\vec{n}(1;2;-2)$ ناظمي للمستوي (ABC)ثم استنتج معادلة ديكارتية له .

3) بين أن $ABCD$ رباعي وجوه وأن حجمه $V_{ABCD}=\dfrac{2m+5}{6}$.

4) لتكن (S_m)مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء والتي تحقق: $x^2+y^2+z^2-2mz+m^2-9=0$.

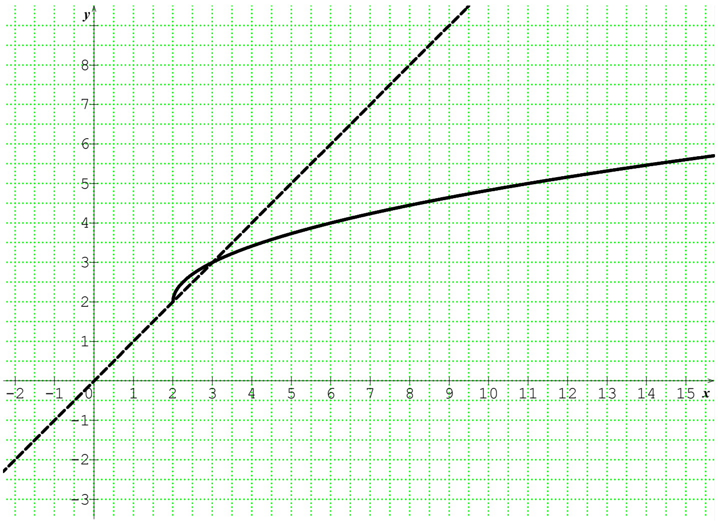
أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب m فإن (S_m) سطح كرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

ب) عين قيمة m حتى يكون (ABC) مستوي مماس لسطح الكرة (S_m).

ج) أكتب معادلة للمستوي (P) الموازي تماما للمستوي (ABC)ويمس (S_m).

التمرين الثاني:(04.5 نقطة)

نعتبر المتتالية العددية (u_n)المعرفة من أجل كل عدد طبيعي nبـ :
$$\begin{cases} u_0=11 \\ u_{n+1}=\sqrt{u_n-2}+2 \end{cases}$$



1) أ) باستعمال المنحني (C_f) الممثل للدالة f المرفقة بالمتتالية (u_n) والمعرفة بالعبارة $f(x)=\sqrt{x-2}+2$ و المنصف الاول ذي المعادلة $y=x$ ، مثل الحدود u_0,u_1,u_2,u_3 على محور الفواصل .

ب) ما هو تخمينك لاتجاه تغير المتتالية (u_n) ؟

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $3\le u_n\le 11$.

3) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}-u_n=\sqrt{u_n-2}\left(1-\sqrt{u_n-2}\right)$.

4) بين أنَ المتتالية (u_n) متناقصة .

5) استنتج مما سبق أن المتتالية (u_n) متقاربة و عين نهايتها .

6) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $0\le u_{n+1}-3\le\dfrac{1}{2}(u_n-3)$.

ب) استنتج أن : $0\le u_n-3\le 8\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$ من أجل كل عدد طبيعي n، ثم عين نهاية المتتالية (u_n).

التمرين الثالث :(04.5 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z حيث: $z^2-2\sqrt{3}\,z+4=0$.

2) أكتب الحلول على الشكل المثلثي .

3) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب $z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=-\sqrt{3}-i$

أ) عين z_D لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي ABCD متوازي أضلاع

ب) أكتب على الشكل الأسي الأعداد المركبة z_A ، z_B و z_C

ج) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_A}{2}\right)^n\times\left(\frac{z_B}{2}\right)^n\times\left(\frac{z_C}{2}\right)^n$ حقيقي .

4) ليكن التحويل النقطي S الذي بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقط M’ ذات اللاحقة z’ حيث $z'=(1-i\sqrt{3})z-\sqrt{3}+3i$

أ) عين طبيعة التحويل S و أعط عناصره المميزة.

ب) بين أن المجموعة (Γ) للنقط M و التي تحقق $(z-z_A)\overline{(z-z_A)}=z_C.\overline{z_C}$ هي دائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها

ج) عين المجموعة (Γ') صورة (Γ) بالتحويل S و أعط عناصرها المميزة .

التمرين الرابع :(06.5 نقطة)

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=\frac{x}{x+1}-\ln(x+1)$

1) أدرس تغيرات الدالة g.

2) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=e^{-x}\ln(e^x+1)$

نسمي (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ (يمكن وضع $f(x)=\frac{\ln(e^x+1)}{e^x}$) وعند $+\infty$. فسر النتيجتين هندسيا.

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=e^{-x}\times g(e^x)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3) أرسم المنحني (C_f).

4) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)+f(x)=1-\frac{e^x}{e^x+1}$

ب) عين دالة أصلية F للدالة f على المجموعة $\mathbb{R}$ والتي تنعدم من أجل القيمة 0 .

ج) أحسب وبوحدة المساحات cm^2 المساحة S للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و محور الفواصل و المستقيمين الذين معادلتيهما : $x=0$, $x=\ln 2$.

✌ مع تمنياتي لكم بالتوفيق و النجاح في البكالوريا جوان 2015 ❀ أستاذ المادة