

3

رياضيات

المدة: $8 \times e^{6 \ln(\sqrt[3]{30})}$ ثانية

التاريخ: 2021/11/29

ثانوية أول نوفمبر 1954
الإغواط

الرياضيات

الاختبار الأول في مادة

التوقيت ($10^{2 \log(5)}$ دقيقة) (ة)

التمرين الأول:

04
نقاط

(ملاحظة: كل إجابة دون تبرير لا تأخذ بعين الاعتبار)

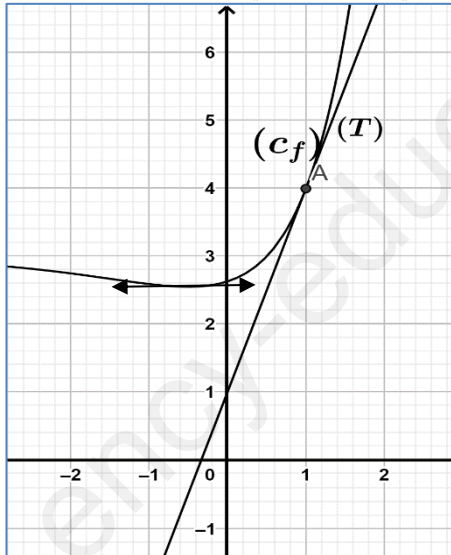
أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير

(1) العبارة: $\ln(\sqrt{3} - \sqrt{2})^{2021} - \ln(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{2021}$ تساوي: $4042 \ln(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ (2) من أجل $x \in]-1; 0[$ ، العبارة: $e^{\ln(-x)}$ تساوي $-x$ (3) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $y' - (\ln 2)y = \ln 4$ هو $f(0) = 0$ مع $f(x) = 2^{x+1} - 2$ (4) إشارة العبارة: $1 - 2e^{-x}$ على \mathcal{R} ملخصة في الجدول الآتي

x	$-\infty$	$\ln 2$	$+\infty$
$1 - 2e^{-x}$		0	
		-	+

06
نقاطالتوقيت ($3 \times e^{\frac{\ln(30)}{\log(30)}}$ دقيقة) (ة)

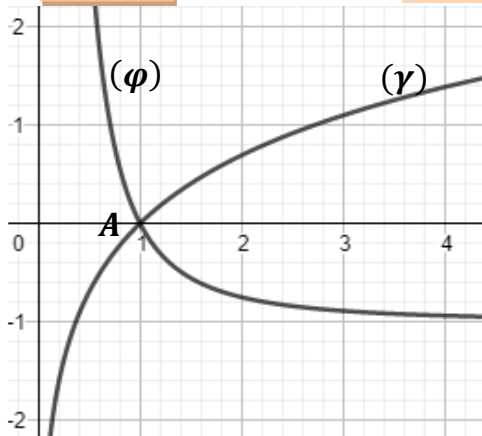
التمرين الثاني

 f دالة معرفة على \mathcal{R} كما يلي $f(x) = (ax + b)e^{x-1} + c$ و (C_f) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل حيث (C_f) يقبل مماس (T) عند النقطة $A(1; 4)$ ويشمل النقطة $B(0; 1)$ و يقبل مماس آخر يوازي محور الفواصل عند النقطة ذات الفاصلة $-\frac{1}{2}$.I: حدد قيم $f(1)$ و $f'(-\frac{1}{2})$ و $f'(1)$ ثم أكتب معادلة (T) .(2) أحسب $f'(x)$ ثم عين الأعداد الحقيقية a و b و c .II: نعتبر فيما يلي الدالة f المعرفة على \mathcal{R} بـ:

$$f(x) = (2x - 1)e^{x-1} + 3$$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.(2) بين أن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$ ثم فسر النتيجة بيانياً(3) أحسب $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .(4) استنتج إشارة f على \mathcal{R} ثم بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال $]1; 2[$ يحقق: $f(\alpha) - 5 = 0$ ✓ أحسب $f(1)$ ثم استنتج إشارة $f(x) - 4$ (5) لتكن h الدالة المعرفة على \mathcal{R} كما يلي: $h(x) = f(x) - 4 \ln[f(x)]$ أ- أعط عبارة $h'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$.ب- استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها

إقلب الصفحة



الجزء الأول: (φ) و (γ) التمثيلان البيانيان للدالتين $x \mapsto \ln x$ و $x \mapsto \frac{1}{x^2} - 1$

على الترتيب في المعلم المتعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$ كما في الشكل المقابل:

A هي نقطة تقاطع (φ) و (γ)

(1) بقراءة بيانية حدد وضعية (γ) بالنسبة إلى (φ) على $]0; +\infty[$

(2) الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = 1 - \frac{1}{x^2} + \ln x$.
❖ استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: تعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{-x^2 + 6x + \ln x}{2x}$

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ $\|\vec{j}\| = 2cm$.

(1) أحسب: $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ماذا تستنتج؟

(2) أ/ أثبت أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(\frac{1}{x})}{2x^2}$.

ب/ عين دون حساب: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1+h)}{h}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

ج/ تأكد أنّ الدالة f متزايدة على المجال $]0; 1[$ و متناقصة على المجال $]1; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها

(3) أ/ أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) + \frac{1}{2}x \right]$ ، ماذا تستنتج؟

ب/ ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -\frac{1}{2}x + 3$.

(4) أ/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) ، يطلب كتابة معادلة له.

"نشير إلى أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث $0.2 < x_1 < 0.3$ و $6.2 < x_2 < 6.3$ "

ب/ أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحنى (C_f) .

(5) m عدد حقيقي، h_m الدالة ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ:

$$h_m(x) = (3 - m)x + \frac{1}{4}(\ln x)^2$$

أ/ أحسب $h'_m(x)$ حيث h'_m هي الدالة المشتقة للدالة h_m

ب/ باستعمال المنحنى (C_f) ، ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $h'_m(x) = 0$

*** انتهى ***



هدية: نعتبر الدالتان f و g المعرفتان على $[-2; 2]$ كما يلي:

$$(C_f) \text{ و } (C_g) \text{ تمثيلاهما البيانيان في معلم متعامد ومتجانس} \begin{cases} f(x) = |x| + \sqrt{4 - x^2} \\ g(x) = |x| - \sqrt{4 - x^2} \end{cases}$$

استاذ المادة "تونس" محمد لم (C_f) ∪ (C_g) ميلنا بالمشاعر الصادقة والدعوات الخاصة

متمنيا لكم التوفيق والنجاح في شهادة البكالوريا