الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية **مديرية التربية لولاية الجزائر غرب**

امتحان : بكالوريا تجريبي **- الثانوية الجديدة بوشاوي -**

الشعبة : علوم تجريبية **دورة ماي 2016**

اختبار في مادة : الرياضيات **المدة :3 ساعة و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول (05 ن):

نعتبر في المستوي المنسوب إلي معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقطتين A و B لاحقتيهما

$Z_A = 4+2i$ و $Z_B = 3-i$

1°) أ- أكتب على الشكل الجبري ثم الشكل المثلثي العدد المركب $\dfrac{Z_B - Z_A}{Z_B}$

ب-استنتج طبيعة المثلث ABO

2°) نعتبر التحويل النقطي R في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها Z النقطة M' لاحقتها Z' و الذي يحول النقطة A إلى B و يحول B إلى O

أ- بين أن العبارة المركبة للتحويل النقطي R هي: $Z' = -i\ Z + 1 + 3i$

ب- عين طبيعة التحويل R و عناصره المميزة

ت- عين Z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة O بالتحويل R

ث- استنتج طبيعة الرباعي $ABOC$

ج- عين مجموعة النقط M من المستوي لاحقتها Z حيث : $|Z - 4 - 2i| = |Z|$

3°) من أجل $Z \neq 2+i$: نضع $L = \dfrac{Z' - 2 - i}{Z - 2 - i}$ ،

أ- بين أن $L = -i$

ب-بين أن : $(Z' - 2 - i)^2 + (Z - 2 - i)^2 = 0$

ت- عين العدد الطبيعي n حيث L^n عدد حقيقيا.

التمرين الثاني(04 ن) :

الفضاء منسوب إلي معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر المجموعة (S) للنقط M (x,y;z) حيث:

$x^2 + y^2 + z^2 - 4y - 5 = 0$

1°) بين أن (S) سطح كرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

2°) نعتبر المستوي (Q) المعرف بالمعادلة: $2x - 2y + z - 2 = 0$

أ-حدد الوضع النسبي للمستوي (Q) و سطح الكرة (S)

ب- بين أن نقط تقاطع المستوي (Q) و السطح الكروي (S) هو دائرة يطلب تحديد مركزها و نصف قطرها

3°) نعتبر المستوي (P_m) المعرف بالمعادلة $2mx + (1-2m)y + mz + 1 - 2m = 0$ حيث m عدد حقيقي.

أ- ليكن (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة $A(0;-1;0)$ و شعاع توجيهه $\vec{u}(1;0;-2)$.

° بين أن المستقيم (Δ) محتوى في المستوي (P_m)

ب-حدد العدد الحقيقي m التي من اجلها يكون المستوي (P_m) مماسا لسطح الكرة (S)

ت-حدد العدد الحقيقي m التي من اجلها يكون المستوي (P_m) عمودي على المستوي (Q)

التمرين الثالث(04 ن):

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على IN كمايلي : $u_0 = e$ و من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{u_n}$

حيث e: هو أساس اللوغاريتم النيبيري.

و لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n حيث: $v_n = Ln\,(u_n)$

1°) أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها و حدها الأول.

ب- أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n

2°) من اجل كل عدد طبيعي n : نضع $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ ، $p_n = u_0 \times u_1 \times ..... \times u_n$

أ- أثبت أن من اجل كل عدد طبيعي n : $p_n = e^{S_n}$

ب-أكتب عبارة S_n بدلالة n ثم استنتج عبارة p_n بدلالة n

ت-عين نهاية S_n ثم استنتج نهاية P_n

التمرين الرابع(07 ن):

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]1;+\infty[$ حيث: $g(x) = x^2 - 2x - 4\ln(x-1)$ (حيث $\ln$ اللوغاريتم النيبيري) (Γ) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل.

1°) بقراءة بيانية للمنحنى (Γ) عين عدد حلول المعادلة : $g(x) = 0$

2°)أحسب $g(2)$ ثم بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $2{,}87 < \alpha < 2{,}88$

3°) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $]1;+\infty[$.

II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $]1;+\infty[$ حيث: $f(x) = x - 3 + \dfrac{4\ln(x-1)}{x-1} + \dfrac{5}{x-1}$

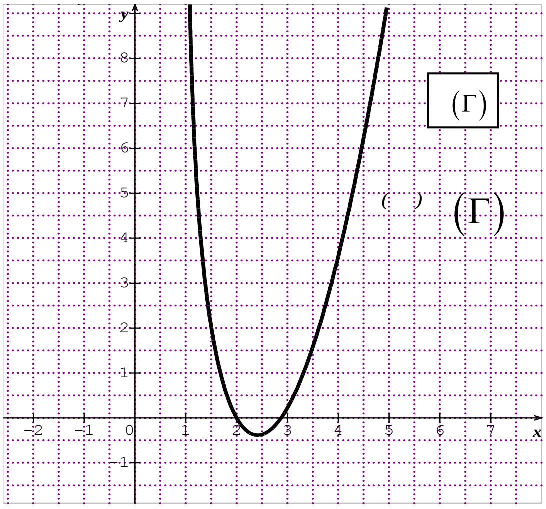
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$

1°) أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 1} f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا ثم أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2°) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x - 3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة المستقيم (Δ)

3°) أ- بين أنه من أجل x من $]1;+\infty[$ لدينا: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x-1)^2}$



ب- استنتج اتجاه الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

4°) أرسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) (نأخذ: $f(\alpha) = 3{,}9$)

5°) لتكن الدالة h المعرفة على $]1;+\infty[$ كمايلي:

$$h(x) = [\ln(x-1)]^2$$

أ- أحسب $h'(x)$،ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]1;+\infty[$

ب-أحسب التكامل $\int_2^5 f(x)\,dx$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

الموضوع الثاني

<u>التمرين الأول (05 ن)</u>:

1°) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة (E) ذات المجهول z التالية:

$$z^3+(i\sqrt{3}-2)z^2+(2-2i\sqrt{3})z+2i\sqrt{3}=0$$

أ- بين أن المعادلة (E) تقبل حلا تخيليا صرفا يطلب تعيينه.

ب-حل في (C) المعادلة (E).

2°) المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

نعتبر النقط K ، L و M و التي لواحقها على الترتيب: $z_K=1+i$ ، $z_L=1-i$ و $z_M=-\sqrt{3}i$

أنشئ النقط K ، L و M في المعلم السابق.

3°) أ- تحقق أن z_N لاحقة النقطة N نظيرة النقطة M بالنسبة للنقطة L هي $2+i(\sqrt{3}-2)$.

ب-نعتبر الدوران r الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$ حيث : $r(M)=A$ و $r(N)=C$.

عين اللاحقتين z_A و z_C للنقطتين A و C على الترتيب.

ت-نعتبر الانسحاب t الذي لاحقة شعاعه هي $2i$ حيث : $t(M)=D$ و $t(N)=B$

عين اللاحقتين z_D و z_B للنقطتين D و B على الترتيب.

4°) أ- بين أن النقطة K هي منتصف كلا من القطعتين المستقيمين $[DB]$ و $[AC]$

ب-بين أن: $\frac{z_C-z_K}{z_B-z_K}=i$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

<u>التمرين الثاني(04ن)</u> : الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط $A(1;0;2)$ ، $B(0;1;2)$ و $C(1;-2;0)$ و المستوي (P) الذي معادلته $3x-2y+z+3=0$.

1°) أ- بين أن النقط A ، B و C تعين مستويا (ABC).

ب-تحقق أن الشعاع $\vec{n}(1;1;-1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتية له.

2°) أ- بين أن المستويين (P) و (ABC) متعامدان .

ب-بين أن تقاطع المستويين (P) و (ABC) هو المستقيم (Δ) معرف بتمثيله الوسيطي : $\begin{cases} x=t-1 \\ y=4t \\ z=5t \end{cases}$

حيث t وسيط حقيقي.

ت-أحسب المسافة بين النقطة $H(-1;6;-2)$ و المستوي (ABC) ثم بين أن المسافة H و المستقيم (Δ) تساوي $\sqrt{\frac{106}{3}}$

3°) لتكن (Γ) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث : $x^2+y^2+z^2+2x-12y+4z+3=0$

أ- بين أن (Γ) هي سطح كرة مركزها H يطلب تعيين نصف قطرها.

ب-ما هو الوضع النسبي للمجموعة (Γ) و المستقيم (Δ)؟

التمرين الثالث(04 ن):

1°) (v_n) المتتالية الهندسية الموجبة تماما و المعرفة على IN بحيث: $\begin{cases} v_1 - v_3 = \dfrac{7}{16} \\ v_1 \times v_2 \times v_3 = \dfrac{27}{64} \end{cases}$

أ- أحسب v_2 و الأساس q للمتتالية (v_n)

ب-أكتب v_n بدلالة n

2°) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = -\dfrac{2}{3}$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = \dfrac{3}{4}u_n - \dfrac{1}{2}$

أ- أحسب الحدود u_1، u_2، u_3

ب-برهن انه من اجل كل عدد طبيعي n فان : $u_n > -2$

ت-عين اتجاه تغير (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

3°) المتتالية العددية (w_n) المعرفة على IN بـ: $w_n = u_n - v_n$

أ- أثبت بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n : $w_n = -2$

ب-استنتج عبارة u_n بدلالة n ثم احسب نهايتها.

ت-أحسب بدلالة n المجموع: $S_n = \dfrac{u_1}{v_1} + \dfrac{u_2}{v_2} + ... + \dfrac{u_n}{v_n}$

التمرين الرابع (07 ن):

لتكن f الدالة العددية المعرفة على IR حيث: $f(x) = x + \ln 4 + \dfrac{2}{e^x + 1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$

أ- احسب نهايات f عند $-\infty$ و $+\infty$.

2°) أحسب من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x) + f(-x)$

ماذا نقول عن النقطة $A(0\ ;\ 1+2\ln 2)$ ؟

3°) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4°) أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي m المعادلة $f(x) = m$ تقبل حلا وحيدا في IR

ب- a عدد حقيقي يحقق: $f(a) = 2$

من أجل آية قيمة لــ m يكون $-a$ حلا للمعادلة $f(x) = m$؟

5°) أ- بين انه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x) = x + 2 + \ln 4 - \dfrac{2e^x}{e^x + 1}$

ب- بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x + \ln 4$ و المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x + 2 + \ln 4$

مقاربان مائلان للمنحنى (C_f).

6°) α عدد حقيقي موجب تماما، نضع $I(\alpha) = \int_0^{\alpha} [f(x) - x - \ln 4]dx$

أ- ماذا يمثل $I(\alpha)$؟

ب-بين أن $I(\alpha) = 2\ln\left(\dfrac{2e^{\alpha}}{e^{\alpha} + 1}\right)$.

ت-عين القيمة المضبوطة لــ α التي تحقق $I(\alpha) = 1$.