الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية الشهيد حويشيتي محمد

غارداية

الأستاذ : طيب الشريف خليل

اختبـــــار الفـــــصل الأول

السنة الدراسية : 2018/2017

المـادة : رياضيات

القسم : 3 علوم تجريبية

المدة : ساعتان

التاريخ : ../12/2017

التمرين الأول: (05.5 نقطة)

1) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\begin{cases}1-x^2 & : x\in]-\infty,-1[\\ \ln(2-x^2) & : x\in[-1,1]\\ \sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}} & : x\in]1,+\infty[\end{cases}$

✍ ادرس استمرار الدالة f.

2) الدالة f معرّفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\begin{cases}x^2\cos\dfrac{1}{x} & x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}$.

✍ هل الدالة f تقبل الاشتقاق عند 0 ؟

3) حل المعادلة: $2t^2-5t+2=0$ ثم حل في $\mathbb{R}^2$ الجملة: $\begin{cases}2e^{2x}-5e^x+2=0\\ e^x\times e^y=2\end{cases}$

4) لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ $f(x)=x+\ln(x)$.

✍ بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $I=\left[\dfrac{2}{5},\dfrac{7}{10}\right]$ وأن $e^{-\alpha}=\alpha$.

التمرين الثاني (06.5 نقطة):

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $\begin{cases}u_{n+1}=\alpha(u_n-2)\\ u_0=1\end{cases}$.

1) عين قيمة α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة .

2) نضع $\alpha=\dfrac{2}{3}$

أ- بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n\geq -4$ (استعمل البرهان بالتراجع)

ب- بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : (u_n) متناقصة.

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=u_n+4$.

أ- أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب- اكتب v_n ثم u_n بدلالة n.

ت- احسب $\lim\limits_{x\to\infty}u_n$ ماذا تستنتج؟

ث- احسب : $S_n=U_0+U_1+U_2+U_3+......+U_n$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ حيث : $g(x)=x^2+x-2+2\ln(x)$ (حيث : $\ln$ اللوغاريتم النيبيري)

تغيرات الدالة g ملخصة في الجدول المقابل .

x	0	$+\infty$
$g'(x)$		
$g(x)$		↗

1) أكمل الجدول السابق.

2) تحقق ان : $g(1)=0$. ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $]0,+\infty[$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ حيث : $f(x)=x+\left(1-\frac{2}{x}\right)\ln(x)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ ، وفسر النتيجة بيانيًا ، ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) (Δ) مستقيم ذي المعادلة $y=x$.

بين ان المنحني (C_f) يقطع المستقيم (Δ) في نقطتين يطلب تعيينهما .

ب) ادرس الوضع النسبي بين (Δ) و (C_f) .

3) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $]0,+\infty[$ لدينا : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

4) أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f)

بالتوفيق للجميع