الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية الوطنية لولاية سكيكدة

امتحـــان البكالوريا التجريبيـــــية للتعليم الثانوي — ثانوية : بودبزة عبد السلام

الشعبة: علـــوم تجريبيــــــــة — دورة : مــاي 2018

اختبـار في مـــــــادة: الرياضيـــات — المـدة : 03 سا و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

نعتبر النقط $A(3;0;6)$، $B(0\,;0\,;6)$ و $C(0\,;-12\,;0)$ و ليكن (P) ، (P') مستويان معرفان بمعادلتيهما الديكارتية على الترتيب $2y+z-6=0$ ، $y-2z+12=0$.

1) أ) عين تمثيل وسيطي للمستقيم (AB) .

ب) احسب الجداء السلمي $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$ و استنتج طبيعة المثلث ABC .

2) اثبت أن (P) و (P') متعامدان و متقاطعان وفق المستقيم (AB) ، احسب المسافة بين النقطة O و المستقيم (AB) .

3) تحقق أن C تنتمي إلى المستوي (P') ، و بين أن $ABCO$ رباعي وجوه ثم احسب حجمه .

4) عين معادلة ديكارتية للمستوي (Q) المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$ ، استنتج تقاطع المستويات الثلاثة (P) ، (P') و (Q) .

التمرين الثاني: (05 نقاط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود $p(z)=z+\frac{7}{z}$ حيث z غير معدوم .

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $p(z)=4$.

2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ نعتبر النقطتين A , B التي لاحقتاهما على الترتيب $z_A=2+i\sqrt{3}$, $z_B=2-i\sqrt{3}$.

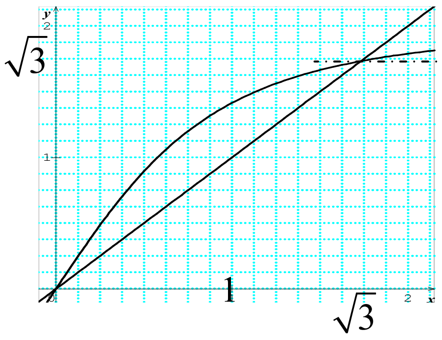
أ) اكتب العددين : z_A-1 و z_B-1 على الشكل الأسي و اثبت أن العدد : $\left(\frac{z_A-1}{2}\right)^{2018}+\left(\frac{z_B-1}{2}\right)^{2018}$ حقيقي .

ب) هل توجد قيم للعدد الطبيعي n بحيث يكون : $(z_A-1)^n$ تخيلي صرف .

3) عين و أنشئ (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث : $Arg\left(\frac{z-z_A}{\overline{z}-z_B}\right)=\frac{\pi}{2}+2k\pi \;\; ; k\in\mathbb{Z}$

4) أ) بين أنه يكون العدد $p(z)$ حقيقي إذا و فقط إذا كان : $(z.\overline{z}-7).(z-\overline{z})=0$.

ب) استنتج (F) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون العدد $p(z)$ حقيقيا .



التمرين الثالث: (04 نقاط)

1) الشكل المقابل هو التمثيل البياني (C) للدالة f المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

- بين أنه إذا كان $x\in\left[1,\sqrt{3}\right]$ فإن $f(x)\in\left[1,\sqrt{3}\right]$.

2) لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة بـ: $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n , $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ) انقل الشكل و مثل الحدود u_0 , u_1 و u_2 على محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط الرسم

- ضع تخمينا حول اتجاه تغير وتقارب المتتالية (u_n) .

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1\le u_n\le\sqrt{3}$.

جـ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}-u_n=\dfrac{u_n\left(2-\sqrt{u_n^2+1}\right)}{\sqrt{u_n^2+1}}$ ، استنتج أن (u_n) متزايدة و متقاربة .

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n=\dfrac{u_n^2}{3-u_n^2}$.

أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم استنتج u_n بدلالة n ، أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

4) أحسب p_n بدلالة n حيث : $p_n=\dfrac{(u_0\times u_1\times\dots\dots\dots u_n)^2}{(3-u_0^2)(3-u_1^2)\dots\dots\dots(3-u_n^2)}$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

نعتبر f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\ln(e^x+2e^{-x})$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$.

1) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f(x)=x+\ln(1+2e^{-2x})$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

ب) استنتج أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) و ادرس وضعيتهما النسبية .

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f(x)=-x+\ln(2+e^{2x})$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

ب) استنتج أن المستقيم (Δ') ذو المعادلة $y=-x+\ln 2$ مقارب مائل لـ (C_f) و ادرس وضعيتهما النسبية .

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها ثم ارسم (Δ) ، (Δ') و المنحنى (C_f) .

4) ليكن (d_m) المستقيم ذوالمعادلة $y=mx+\frac{1}{2}(1-m)\ln 2$ حيث m وسيط حقيقي .

أ) بين أن جميع المستقيمات (d_m) تشمل من نقطة ثابتة $A\left(\frac{1}{2}\ln 2\,;\,\frac{1}{2}\ln 2\right)$.

ب) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع المستقيم (d_m) و المنحنى (C_f) .

5) نضع : $I=\int_2^3\left(f(x)-x\right)dx$.

أ) فسّر العدد I هندسيا ، ثم بين أن $0\le I\le\int_2^3 2e^{-2x}\,dx$ ...(لاحظ أن $\ln(x+1)\le x\ ;\ x\in[0\,;+\infty[$)

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيسان U_1 و U_2 على كرات بيضاء ، حمراء و كرات سوداء كما مبينة في الجدول المقابل حيث أن كل الكرات لا نفرق بينها عند اللمس .

الكيس \ الكرات	B بيضاء	R حمراء	N سوداء
U_1	3	5	7
U_2	1	2	12

أ) نسحب كرتين في آن واحد من الكيس U_1 .

- احسب احتمال الحوادث التالية :

A : سحب كرتين من نفس اللون ، B : سحب كرة واحدة بيضاء فقط ، C : سحب كرتين مختلفتين في اللون .

ب) نعيد الكرات المسحوبة إلى الكيس U_1 و نرمي زهرة نرد متجانسة ذات ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 .

إذا حصلنا على على رقم أكبر تماما من 4 ، نسحب كرة واحدة من الكيس U_1 و إلاّ نسحب كرة واحدة من U_2

1) شكل شجرة احتمال موافقة لهذه الوضعية .

2) ما احتمال سحب كرة حمراء .

3) إذا سحبنا كرة حمراء ما احتمال أن تكون من الكيس U_1 .

4) ليكن سحب كرة بيضاء يعطي ربح بـ ***50 نقطة*** ، سحب كرة حمراء خسارة بـ **30 نقطة** و سحب كرة سوداء يعطي **0 نقطة** . إذا كان X متغير عشوائي يرفق عند سحب كرة قيمة الربح أو الخسارة المحصل عليها .

- عين قانون الاحتمال لـ X و احسب أمله الرياضياتي ، هل اللعبة عادلة .

التمرين الثاني: (05 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A , B , C , D و E .

التي لواحقها على الترتيب $z_A=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_B=\sqrt{3}e^{i\frac{-\pi}{2}}$ ، $z_C=3+2i\sqrt{3}$ ، $z_D=\overline{z_C}$ ، $z_E=-z_D$

1) أ) بيّن أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها Ω ذات اللاحقة $z_\Omega=3$ يطلب تعيين نصف قطرها .

ب) أنشئ النقط A , B , C , D و E .

2) اثبت أن : $\frac{z_C - z_B}{z_E - z_B}=e^{i\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$ ثم استنتج طبيعة المثلث BEC .

3) بيّن أنه يوجد دوران r مركزه B و يحوّل النقطة E إلى C ، يطلب تعيين زوايته .

4) نعتبر التحويل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث : $z'+i\sqrt{3}=2e^{-i\frac{\pi}{3}}(z+i\sqrt{3})$.

- عيّن طبيعة التحويل S و حدد عناصره المميزة ثم استنتج الطبيعة و العناصر المميزة للتحويل النقطي ros .

5) أ) عين و أنشئ (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تحقق : $\left|(1+i)z-\sqrt{3}+i\sqrt{3}\right|=\sqrt{2}$.

ب) عين و أنشئ المجموعة (E') صورة (E) بالتحويل S .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0=3$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\dfrac{4u_n-1}{u_n+2}$.

1) احسب الحدود u_1 و u_2 .

2) برهن بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq 1$.

3) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة و عين نهايتها .

4) (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=\dfrac{1}{u_n-1}$.

أ) احسب v_0 ; v_1 ; v_2 ، ضع تخمين حول طبيعة المتتالية (v_n) .

ب) بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها .

ت) اكتب v_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n ، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

ث) احسب بدلالة n المجموع : $S_n=v_0(u_0-1)+v_1(u_1-1)+\ldots+v_n(u_n-1)$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. g دالة عددية معرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $g(x)=x-\dfrac{1}{x}-2\ln x$ ،

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$.

- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$ فإن : $g'(x)=\dfrac{(x-1)^2}{x^2}$ ، استنتج اتجاه تغير الدالة g .

1) احسب $g(1)$ ثم ادرس إشارة $g(x)$ من اجل كل x من المجال $]0,+\infty[$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $f(x)=x+\dfrac{1}{x}-(\ln x)^2-2$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$ ؛ $f(\frac{1}{x})=f(x)$

استنتج $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا .

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0\,;+\infty[$ فإن : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x}$ و استنتج اتجاه تغير الدالة f .

3) شكل جدول تغيرات f .

4) انشئ المنحنى (C_f) الممثل للدالة f في المعلم السابق .

5) أ) بين أن الدالة $h:x\mapsto \dfrac{x^2}{2}+\ln x-x(\ln x)^2+2x\ln x-4x$ هي دالة أصلية للدالة f على $]0,+\infty[$.

ب) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$ و $x=e$.