

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :
الموضوع الأول :

التمرين الأول : (04 نقاط)

يحتوي كيس U على 10 كرات لا نفرق بينها عند اللمس ، منها خمس كرات بيضاء و ثلاثة حمراء و كرتان خضراوان ، نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الكيس .
(1) أحسب إحتمال كل من الحوادث التالية :

A : " من بين الكرات الثلاثة المسحوبة توجد كرة خضراء واحدة فقط " .
 B : " الكرات الثلاثة المسحوبة من نفس اللون " .

(2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق كل مخرج بعدد الألوان الظاهرة في المخرج .
(ا) عين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X .

(ب) أحسب الأمل الرياضي والتباين والانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

(3) نعتبر الكيس الأول U و كيس آخر V يحوي كرتين بيضاوين وكرتين حمراوان و كرة خضراء .
نرمي زهرة نرد غير مزيف مرقم من 1 الى 6 ، فإذا ظهر الرقم 6 فنسحب كرة من الكيس الأول U وإلا فنسحب كرة من الكيس V .

(ا) بين أن إحتمال سحب كرة بيضاء هو $p(B) = \frac{5}{12}$.

(ب) علما أن الكرة المسحوبة هي بيضاء ، فما إحتمال أن تكون من الكيس الثاني V ؟

التمرين الثاني : (04 نقاط)

(1) نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ: $U_0 = 3$ ومن أجل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = \frac{2}{5}U_n + \frac{6}{5}$.

(ا) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n - 2 > 0$.

(ب) أدرس اتجاه تعير المتتالية (U_n) ، ماذا تستنتج ؟

(2) (V_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} كمايلي : $V_n = U_n + \alpha$ حيث α عدد حقيقي .

(ا) عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث تكون (V_n) متتالية هندسية .

(ب) نضع $\alpha = -2$ ، أكتب عبارة V_n بدلالة n .

(ج) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$.

(3) (W_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} كمايلي : $W_n = \ln(V_n)$.

(ا) بين أن المتتالية (W_n) حسابية ، ثم أكتب W_n بدلالة n .

(ب) احسب بدلالة n الجداء P_n حيث $P_n = V_0 \times V_1 \times \dots \times V_n$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

- (1) حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة ذات المجهول المركب z الآتية: $(z-4)(z^2-2z+4)=0$
- (2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$.
- نعتبر النقط A, B, C التي لواحقها على الترتيب: $z_A=4, z_B=1+i\sqrt{3}$ و $z_C=1-i\sqrt{3}$
- (أ) اكتب العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الأسّي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .
- (ب) عين لاحقة النقطة D صورة B بالدوران R الذي مركزه المبدأ O و زاويته $\frac{2\pi}{3}$.
- (ج) عين طبيعة الرباعي $ABDC$.
- (د) بين أن العدد $L = \left(\frac{z_B}{2}\right)^{1439} + \left(\frac{z_C}{2}\right)^{2018}$ تخيلي صرف.
- (3) لتكن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $\arg(z+4\sqrt{3}i) = \frac{\pi}{3} + k\pi$ مع $k \in \mathbb{Z}$.
- (أ) تحقق أن النقطة A تنتمي إلى (Γ) .
- (ب) عين المجموعة (Γ) .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- الجزء 1:** لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي: $g(x) = -x^2 + 1 - \ln x$
- (1) أدرس إتجاه تغير الدالة g .
- (2) أحسب $g(1)$ ، ثم إستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .
- الجزء 2:** نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي: $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3 + \frac{\ln x}{2x}$
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$.
- (1) (أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ وفسر النتيجة هندسياً.
- (ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- (2) (أ) تحقق أنه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$
- (ب) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) (أ) بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = -\frac{1}{2}x + 3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .
- (ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D) .
- (4) (أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماساً (T) موازياً للمستقيم (D) عند نقطة يطلب تعيين إحداثياتها.
- (ب) أكتب معادلة المماس (T) .
- (5) أنشئ في المعلم السابق (T) ، (D) و (C_f) .
- (6) (أ) بين أن الدالة: $H: x \mapsto \frac{(\ln x)^2}{2}$ أصلية للدالة $h: x \mapsto \frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0; +\infty[$
- (ب) احسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (D) و المستقيمين اللذين معادلتاهما: $x = e^2$ و $x = 1$.

الموضوع الثاني :

التمرين الأول: (04 نقاط)

- في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(1;2;3)$ ، $B(2;1;3)$ و $C(2;-2;0)$.
- (1) بين أن النقط A ، B و C تشكل مستويا.
 - (2) بين أن معادلة المستوي (ABC) هي $x+y-z=0$.
 - (3) لتكن $D(1;1;4)$ و $E(4;-4;2)$ نقطتين من الفضاء، أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (DE) .
 - (4) أدرس الوضع النسبي بين المستوي (ABC) والمستقيم (DE) .

التمرين الثاني: (05 نقاط)

- f الدالة المعرفة على المجال $I = \left[\frac{1}{2}; +\infty \right[$ كمايلي : $f(x) = \frac{3x-1}{2x}$
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، المستقيم ذو المعادلة $y = x$.
- (U_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} كمايلي :
- $$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$$
- (1) مثل على محور الفواصل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 و U_3 مبرزاً خطوط الرسم (وذلك على الوثيقة المرفقة).
 - (2) خمن إتجاه تغير المتتالية (U_n) وتقاربها.
 - (3) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: U_n > 1$.
 - (4) أدرس إتجاه تغير المتتالية (U_n) ، ماذا تستنتج؟ ثم أحسب نهايتها.
 - (5) (أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: U_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{2}(U_n - 1)$.
 - (ب) إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: U_n - 1 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$.
 - (ج) استنتج من جديد نهاية المتتالية (U_n) .
 - (6) (أ) (V_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} كمايلي : $V_n = \frac{U_n - 1}{2U_n - 1}$.
 - (ب) بين أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.
 - (ج) أكتب عبارة U_n بدلالة n .
 - (د) أحسب بدلالة n المجموع S حيث : $S = \frac{V_0 - 1}{U_0} + \frac{V_1 - 1}{U_1} + \frac{V_2 - 1}{U_2} + \dots + \frac{V_n - 1}{U_n}$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

$$\begin{cases} iz_2 + 2z_1 = 1 + 9i \\ 2z_2 + iz_1 = -2 + 8i \end{cases} \quad (1) \text{ عين العددین المركبین } z_1 \text{ و } z_2 \text{ حيث :}$$

- (2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$.
 نعتبر النقط A ، B و C التي لاحقاتها $z_A = 1+3i$ ، $z_B = 2+4i$ و $z_C = 1+z_A$.
 مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث : $z = z_A + ke^{i\frac{\pi}{4}}$ و k يتغير في \mathbb{R}^+ .
 (ا) عين عمدة للعدد المركب $z - z_A$ وفسر النتيجة هندسيا .
 (ب) تحقق أن النقطة B تنتمي إلى (γ) ثم عين بدقة المجموعة (γ) .
 (3) نعتبر التحويل النقطي h الذي يحول النقطة M ذات اللاحقة z الى النقطة M' ذات اللاحقة z' و المعروف بـ : $z' - z = 3(z_G - z)$
 (ا) عين z_G لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABC .
 (ب) بين أن h تحاكي يطلب تعيين عبارته المركبة و عناصره المميزة .
 (ج) تحقق أن النقطة C هي صورة النقطة H منتصف القطعة $[AB]$ بالتحاكي h .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- الجزء 1:** نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} كمايلي : $g(x) = -4e^{2x} + 17e^x - 4$.
 (1) بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R} : $g(x) = -4(e^x - 4)\left(e^x - \frac{1}{4}\right)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} .
- الجزء 2:** نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R}^* كمايلي : $f(x) = \frac{(4x+9)e^x - 4x}{9(1-e^x)}$.
 (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
 (1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f(x) = -\frac{4}{9}x + \frac{e^x}{1-e^x}$.
 (2) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل x من \mathbb{R}^* : $f(x) = ax + b + \frac{1}{1-e^x}$.
 (3) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف .
 (4) (ا) بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R}^* : $f'(x) = \frac{g(x)}{9(1-e^x)^2}$.
 (ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
 (5) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f(-x) = -1 - f(x)$. ماذاستنتج ؟
 (6) (ا) بين أن (Δ_1) و (Δ_2) مستقيمان مقاربان للمنحنى (C_f) معادلتها على الترتيب : $y = -\frac{4}{9}x$ و $y = -\frac{4}{9}x - 1$.
 (ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة لكل من المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) .
 (7) أنشئ (Δ_1) ، (Δ_2) و (C_f) .
 (8) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $\frac{e^x}{1-e^x} = m$.
 (9) (ا) عين مساحة الحيز $A(\lambda)$ المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ_2) و المستقيمين اللذين معادلتاهما :
 $x = -\ln 4$ و $x = \lambda$ مع $\lambda < -\ln 4$.
 (ب) أحسب $\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} A(\lambda)$.