

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول: (5 نقاط)

يحتوي صندوق على 3 كرات بيضاء و4 كرات سوداء و5 كرات حمراء (لا نميز بينها عند اللمس) .
نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من هذا الصندوق
1) نعتبر الحادثتين التاليين :

A : (الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون) .

B : (الحصول على ثلاث كرات مختلفة مثنى مثنى) .

بين أن :

$$P(B) = \frac{3}{11}$$

$$P(A) = \frac{3}{44}$$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط بكل سحابة لثلاث كرات بعدد الألوان التي تحملها :

أ) حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X

ب) حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X وأسب الأمل الرياضي $E(X)$

التمرين الثاني: (5 نقاط)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس (O, \vec{u}, \vec{v}) النقطتين A و B لاحتقهما $\vec{z}_A = 4 + 2i$ و $\vec{z}_B = 3 - i$

1) أكتب على الشكل الجبري ثم على الشكل المثلثي العدد المركب $\frac{\vec{z}_B - \vec{z}_A}{\vec{z}_B}$

1 من 6

E) إستنتج طبيعة المثلث ABO

2) نعتبر التحويل النقطي R في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M لاحتقها \vec{z} النقطة M' لاحتقها \vec{z}' والذي

يحول النقطة A إلى B ويحول النقطة B إلى O .

(٢) بيّن أنّ العبارة المركبة للتحويل النقطي R هي: $z' = -iz + 1 + 3i$.

(٣) عيّن طبيعة التحويل R وعناصره المميزة.

(أ) عيّن z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة O بالتحويل R .

(ب) استنتج طبيعة الرباعي $ABOC$.

(٤) عيّن مجموعة النقط M من المستوي لاحقتها z حيث: $|z - 4 - 2i| = |z|$.

(٥) من أجل $z \neq 2 + i$ نضع: $L = \frac{z' - 2 - i}{z - 2 - i}$ بيّن أنّ: $L = -i$.

(٦) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون L^n عددًا حقيقيًا.

(٧) بيّن أنّ: $(z' - 2 - i)^2 + (z - 2 - i)^2 = 0$.

التمرين الثالث: (6 نقاط)

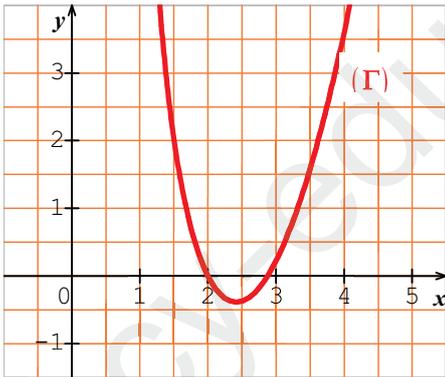
(I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]1, +\infty[$ حيث: $g(x) = x^2 - 2x - 4 \ln(x-1)$ (حيث \ln : اللوغاريتم النيبيري)

(١) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل.

(٢) بقراءة بيانية للمنحنى (Γ) عيّن عدد حلول المعادلة: $g(x) = 0$.

(٣) أحسب $g(2)$ ثم بين أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $2,87 < \alpha < 2,88$.

(٤) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $]1, +\infty[$.



(II) لتكن الدالة f المعرفة على $]1, +\infty[$ حيث: $f(x) = x - 3 + \frac{4 \ln(x-1)}{x-1} + \frac{5}{x-1}$.

(١) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

(٢) أحسب $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ وفسر النتيجة بيانياً ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(٣) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x - 3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

(٤) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

(٥) بيّن أنّه من أجل كل x من $]1, +\infty[$ لدينا: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$.

2 من 6

(E) إستنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

(4) أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) (نأخذ: $f(\alpha) = 3,9$)

(5) لتكن الدالة h المعرفة على $]1, +\infty[$ كما يلي . $h(x) = [\ln(x-1)]^2$

(C) أحسب $h'(x)$ ثم إستنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]1, +\infty[$

(E) أحسب التكامل $\int_2^5 f(x) dx$ ثم فسر النتيجة بيانياً .

التمرين الرابع : (4 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على N كما يلي: $u_0 = e$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{u_n}$

حيث: e هو أساس اللوغاريتم النيبيري .

ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n حيث $v_n = \ln u_n$

(C) 1) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول .

(E) أكتب v_n بدلالة n ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n

(2) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $P_n = u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n$

(C) أثبت أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n : $P_n = e^{S_n}$

(E) أكتب عبارة S_n بدلالة n ثم إستنتج عبارة P_n بدلالة n

(أ) عيّن نهاية المتتالية (S_n) ثم إستنتج نهاية المتتالية (P_n)

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس. $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

ليكن (P_1) المستوي الذي معادلته: $-2x + y + z - 6 = 0$ و (P_2) المستوي الذي معادلته: $x - 2y + 4z - 9 = 0$.
(1) أثبت أن: (P_1) و (P_2) متعامدان.

(2) ليكن (D) المستقيم المعرف بالتمثيل الوسيطى: $(t \in \mathbb{R}) \begin{cases} x = 2t - 7 \\ y = 3t - 8 \\ z = t \end{cases}$

أثبت أن المستقيم (D) هو تقاطع المستويين (P_1) و (P_2) .
(3) لتكن M_t نقطة كيفية من المستقيم (D) إحداثياتها $M_t(2t - 7, 3t - 8, t)$ ولتكن A النقطة التي إحداثياتها $A(-9, -4, -1)$
ولتكن f الدالة المعرفة على \mathbb{R} ب: $f(t) = AM_t^2$.
(ج) أكتب $f(t)$ بدلالة t .

(د) أدرس اتجاه تغير الدالة f ؛ إستنتج قيمة للعدد الحقيقي t_0 التي من أجلها تكون المسافة AM أصغر.

ثم عيّن إحداثيات النقطة $I = M_{t_0}$.

(أ) أثبت أن النقطة I هي المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (D) .

(ب) (D) والعمودي على المستقيم A الذي يشمل (Q) عيّن معادلة ديكرتية للمستوي (\tilde{A}) .

التمرين الثاني: (3 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على \mathbb{N} ب: $u_0 = 9$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$.

ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n حيث: $v_n = u_n + 6$.

(ج) 1) بيّن أن (v_n) متتالية هندسية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

(د) أكتب v_n بدلالة n ؛ ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n .

(أ) نعتبر المجموعين S_n و S'_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

أحسب S_n بدلالة n ثم إستنتج S'_n بدلالة n .

(2) نعرف المتتالية (W_n) ب: من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $W_n = \ln(v_n)$ (حيث: \ln اللوغاريتم النيبيري).

(3) بيّن أنّ (W_n) متتالية حسابية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

(4) أحسب بدلالة n المجموع: $S''_n = W_0 + W_1 + \dots + W_n$; إستنتج النهاية $\lim_{n \rightarrow +\infty} S''_n$.

التمرين الثالث : (6 نقاط)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس (O, \vec{u}, \vec{v}) .

تُعطي النقط A ; B ; C ; D التي لواحقتها $\vec{z}_A = -2$; $\vec{z}_B = 2$; $\vec{z}_C = -1 + i$; $\vec{z}_D = 1 - 3i$.

(1) أثبت أنّ D هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A, 5); (B, 3); (C, -6)\}$.

(2) عيّن مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة \vec{z} حيث: $|\vec{z} + 2| = |\vec{z} + 1 - i|$.

(3) أكتب العدد المركب $\frac{\vec{z}_D - \vec{z}_B}{\vec{z}_C - \vec{z}_B}$ على الشكل الآسي a ثم إستنتج طبيعة المثلث BCD .

(4) أكتب العدد المركب $\frac{\vec{z}_D - \vec{z}_A}{\vec{z}_C - \vec{z}_A}$ على الشكل الآسي.

(5) إستنتج أنّ D هي صورة C بتحويل نقطي f يُطلب تعيين طبيعته وعناصره المميزة.

(أ) إستنتج $|\vec{z}_A - \vec{z}_B|$ حيث B هي صورة B بالتحويل f ثم أحسب عندئذ مساحة المثلث ABB' .

(ب) لتكن النقطة Ω ذات اللاحقة $\vec{z}_\Omega = -\frac{1}{2}$. عيّن العبارة المركبة للتحاكي h الذي مركزه Ω ويحول D إلى C .

التمرين الرابع : (7 نقاط)

لتكن g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} ب: $g(x) = 1 - e^{2x} - 2xe^{2x}$.

(1) عيّن نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.

(2) أدرس إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(3) أحسب $g(0)$ ثم إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} .

(4) لتكن الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = x + 3 - xe^{2x}$.

نسمي (C_j) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- ٢) عيّن نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.
- ٣) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقبل مقارب مائل (Δ) يُطلب تعيين معادلة له.
- ٤) أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
- ٥) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x) = g(x)$.
- ٦) إستنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
- ٧) بيّن أنّ (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β حيث: $-3,5 < \alpha < -3$ و $0,5 < \alpha < 1$.
- ٨) أرسم المستقيم (Δ) والمنحني (C_f) .
- ٩) دالة عددية معرفة على \mathbb{R}^* كما يلي: $h(x) = \frac{1+3x-e^{\frac{2}{x}}}{x}$.
- ١٠) بيّن أنّ من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $h(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$.
- ١١) أحسب $h'(x)$ ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة h وشكل جدول تغيراتها.

وفق الله الجميع

متمنين منكم الدعاء خالص الدعاء